

ALGORITMOS GENÉTICOS APLICADOS NA CINEMÁTICA INVERSA DE MANIPULADOR ROBÓTICO COM 4 GRAUS DE LIBERDADE

Márcio Mendonça¹ (Prof. Doutor em Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Campus Cornélio Procópio, PR. E-mail: mendonca@utfpr.edu.br)

Lucas Botoni de Souza² (Engenheiro de Controle e Automação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Campus Cornélio Procópio, PR. E-mail: lucasbotoni@hotmail.com)

Mateus Cabral dos Santos³ (Acadêmico em Engenharia de Controle e Automação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Campus Cornélio Procópio, PR. E-mail: mateuscabralmc@hotmail.com)

Jônatas Favotto Dalmedico⁴ (Engenheiro Mecânico, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Campus Cornélio Procópio, PR. E-mail: jdalmedico@alunos.utfpr.edu.br)

Henrique Seiti Kondo⁵ (Acadêmico em Engenharia de Controle e Automação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Campus Cornélio Procópio, PR. E-mail: henriquekondo@alunos.utfpr.edu.br)

Resumo: O trabalho aborda robôs manipuladores, objetivando sugerir a solução parcial do problema da cinemática inversa, de modo a apresentar uma solução no espaço angular para determinação da posição final do terminal de um braço manipulador no espaço cartesiano. A solução da cinemática inversa é necessária em aplicação de solda robotizada, entre outras interações em uma linha de montagem ou produção. O tipo mais conhecido de um robô manipulador é o braço mecânico, que consiste em corpos rígidos interligados, de forma semelhante ao braço humano. O problema tratado por este artigo refere-se à cinemática inversa de um braço robótico didático resolvida por Algoritmos Genéticos. O método obteve êxito no cumprimento da proposta, com erros relativamente baixos e, portanto, aceitáveis, de modo que os resultados obtidos inicialmente motivam futuros trabalhos.

Palavras chave: Algoritmo Genéticos, Cinemática Inversa, Manipulador Robótico.

GENETIC ALGORITHMS APPLIED IN THE INVERSE KINEMATICS OF ROBOTIC MANIPULATOR WITH 4 DEGREES OF FREEDOM

Abstract: The work approaches robot manipulators, aiming to suggest the partial solution of the problem of inverse kinematics, in order to present a solution in the angular space to determine the final position of the end-effector of a manipulator arm in the Cartesian space. The solution of inverse kinematics is necessary in the application of robotic welding, among other interactions in an assembly or production line. The best-known type of a robot manipulator is the mechanical arm, which consists of rigid joints interconnected, similarly to the human arm. The problem addressed by this article refers to the inverse kinematics of a didactic robotic arm solved by Genetic Algorithms. The method was successful in complying with the proposal, with relatively low errors and therefore acceptable, thus the results obtained initially motivate future work.

Keywords: Genetic Algorithms, Inverse Kinematics, Robotic Manipulator.

1. INTRODUÇÃO

A robótica, e em especial a robótica de manipuladores, é considerada uma campo de pesquisa relativamente recente, em especial quanto aspectos de segurança, efetividade de produção (acurácia, velocidade e repetitividade) (CRAIG, 2012). Uma definição de robô comumente utilizada é do Instituto de Robótica da América (RIA) (SPONG, 1989): “um robô é um manipulador multifuncional reprogramável projetado para mover materiais, peças, ferramentas, ou dispositivos especiais através de variáveis de movimento programadas para a realização de uma variedade de tarefas”.

Os primeiros robôs manipuladores surgem no ano de 1954, com o Transferência Programada de Objetos (*Unimate*) de George C. Devol, e o dispositivo robótico patenteado pelo britânico Cyrill Walter Fenward. Com isso, uma grande quantidade de projetos se desenvolveu com êxito, como exemplo, o braço manipulador da Universidade de Stanford e o robô Braço Manipulador Universal Programável (PUMA). Um segmento de pesquisa com forte aplicação é a Pesquisa Operacional (PO), surgindo a partir de tentativas de lidar com problemas de natureza logística, tática e estratégia. Nesse contexto, os braços manipuladores na área de sistemas operacionais desempenham um importante papel, uma vez que são programáveis, com trajetórias definidas pelo usuário, assim como outros comandos que podem ser executados repetidamente.

Os robôs não têm capacidade para responder em situações de emergência, a menos que a situação esteja prevista e a resposta incluída no sistema. Com isso, a robótica

é dividida em dois campos, a robótica programada, como o PUMA e o robô Stanford de 6 graus de liberdade (GDL), e a robótica autônoma.

A área de robótica autônoma vem atraindo a atenção de um grande número de pesquisadores, devido ao desafio que esse novo domínio de pesquisa propõe: dotar sistemas de uma capacidade de raciocínio inteligente e de interação com o meio em que estão inseridos (MEDEIROS, 1998; BEKEY, 2005). Redes Neurais Artificiais, sistemas *fuzzy* e algoritmos evolutivos são técnicas computacionais inteligentes que vêm sendo utilizadas mais amplamente na área de robótica autônoma. De modo específico em um nível mais recente de pesquisas com robôs humanoides com capacidade de interação e reconhecimento do ambiente, por exemplo a capacidade de reconhecer objetos do robô Asimo da Honda (CORKE, 2011).

Os Algoritmos Genéticos (AG) vem sendo usados com sucesso para encontrar boas soluções para uma ampla variedade de problemas de otimização (GEN e CHENG, 1997) desde sua introdução por Holland na década de 1970 (HOLLAND, 1975). AGs têm sido utilizados na robótica principalmente devido ao fato de que o projeto de robôs autônomos e de seus controladores para ambientes não-estruturados, flexíveis, e/ou parcialmente desconhecidos é uma tarefa muito difícil para um projetista humano (MEYER, 1998). Meyer fazia menção às tarefas que o robô executaria e ao ambiente em que o mesmo iria atuar. Para um projetista humano é praticamente impossível prever todas as situações que o robô estaria exposto, lacuna que pode ser preenchida em parte pelos AGs.

Baseados na Teoria da Evolução Natural das Espécies de Darwin, os AGs, desenvolvem uma solução possível para o problema analisado a partir de uma população inicial de indivíduos (cromossomos). Segundo Soares (2006), a população inicial pode ser obtida de duas formas. Na primeira delas os indivíduos são gerados aleatoriamente (como foi utilizado nesse trabalho), já na segunda opção, a população pode ser gerada por meio de uma heurística ou um prévio conhecimento dos valores iniciais dos indivíduos.

Essa população então é evoluída através de cruzamentos e mutações (operadores genéticos) até uma solução que atenda aos critérios pré-estabelecidos, como determinado erro desejado. É importante salientar que o método não garante que a solução encontrada é ótima. As evoluções da população são caracterizadas por uma função que mede o nível de aptidão de cada cromossomo, do inglês *fitness*. Assim, os operadores genéticos são aplicados aos cromossomos com maior aptidão (*fitness*), sendo selecionados para compor

as próximas gerações. Com isso, a cada geração o conjunto de soluções é melhorado até que se chegue a uma solução ótima.

Este artigo aborda a utilização de AGs para solucionar um problema recorrente dos manipuladores robóticos, a solução da cinemática inversa. Observa-se que o trabalho é inspirado em artigos que empregam algoritmos evolutivos na área de robótica como (SERAPIÃO, AZZOLINI, 2011; 2012) e (PIRES, 1998).

1.1 PROBLEMATIZAÇÃO

O robô manipulador estudado nesse artigo consiste em componentes lineares correspondentes ao braço e antebraço humano, uma pinça que pode ser correlacionada a uma mão, montados num pedestal e conectados por juntas rotacionais correspondentes ao ombro, cotovelo e pulso. Desse modo, o manipulador pode ser descrito como de 4 GDL com elos (articulações) rotacionais.

Dependendo de sua configuração e do tamanho de suas ligações e articulações, os robôs podem chegar a uma coleção de pontos ao redor deles, que constituem um espaço de trabalho, que pode ser definido matematicamente incluindo as limitações do robô, como a limitação no alcance de cada articulação. No planejamento de trajetória foram modeladas as ações de controle que posicionaram o modelo explorado nessa pesquisa com 4 GDL em 3 dimensões (3D), responsáveis pela movimentação das juntas destacadas em vermelho na Figura 1, em um ponto no espaço de trabalho, e uma rotação no elo da base, detalhada na Figura 2.

Figura 1 – Exemplo de manipulador 4GDL no plano (x,y) (vista lateral).
Fonte: Autoria Própria

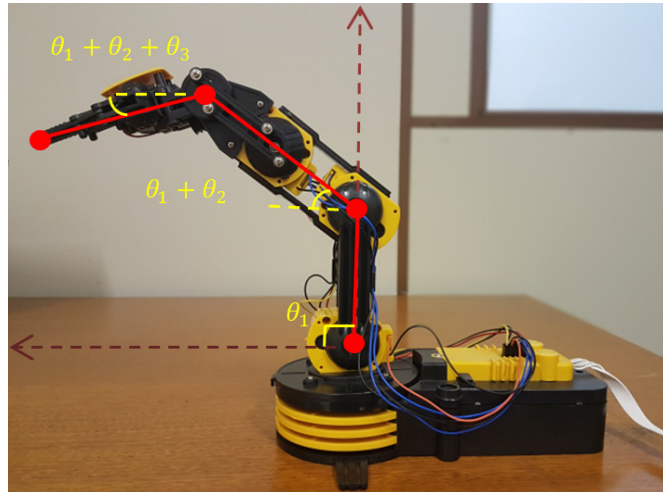
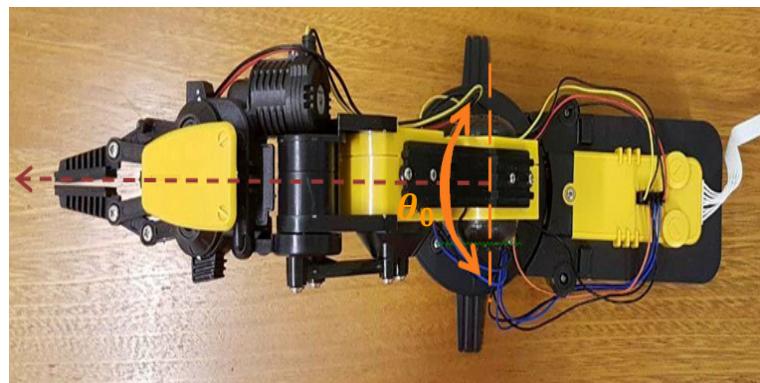


Figura 2 – Exemplo de manipulador 4GDL no plano (x,y) (vista superior).
Fonte: Autoria Própria



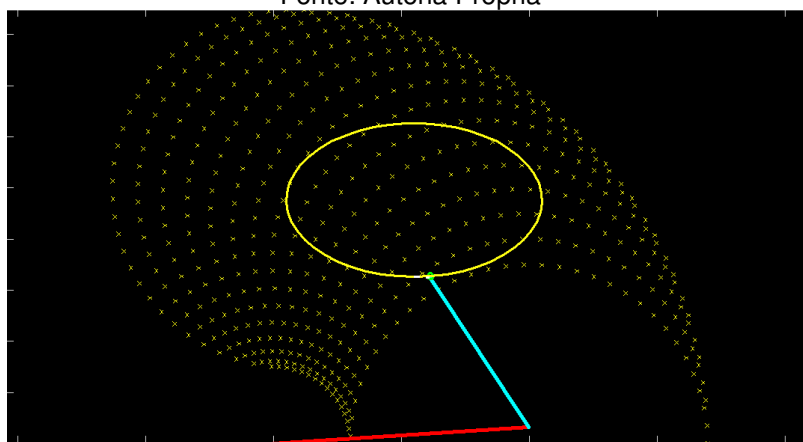
O cálculo da posição e da orientação da mão do robô é chamado de análise cinemática direta. Dada a representação de um manipulador de quatro articulações no plano (x,y) na Figura 1, pelas equações da cinemática direta tem-se (1).

$$\begin{cases} x = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ y = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \end{cases} \quad (1)$$

Observa-se que o modelo empregado nesse trabalho foi o geométrico, devido a simplicidade de uma modelagem planar, similar a empregada pela MathWorks na Figura 3. Entretanto, para a posteridade da pesquisa, o modelo completo do braço manipulador em 3D, deverá ser o de Denavit-Hartenberg (D-H) (CRAIG, 2012), apresentado na próxima sessão. Um exemplo utilizado na literatura para modelar um braço manipulador utiliza

modelos geométricos como, o sistema (1), do braço manipulador da Figura 3, e o modelo da MathWorks (MATH WORKS, 2017), com 2 GDL em 2D em um plano cartesiano. Na Figura 3, observa-se que um Sistema Neuro-Fuzzy Adaptativo (ANFIS) foi empregado para traçar a trajetória em forma de elipse no raio de ação do mesmo.

Figura 3 – Exemplo de área de alcance de manipulador 2GDL no plano (x,y).
Fonte: Autoria Própria



No entanto, para colocar a mão do robô em um local e orientação desejados, é preciso saber quais devem ser os ângulos das articulações do robô, fato denominado cinemática inversa. De acordo com Guez e Ahmad (1988), uma das problemáticas dos braços robóticos é a chamada cinemática inversa, que aborda a obtenção dos parâmetros das juntas para uma determinada posição e orientação do efetuador, ou seja, como calcular os ângulos necessários para que o manipulador atinja a posição final desejada.

A cinemática inversa é a base para a movimentação de robôs manipuladores, pois todas as tarefas realizadas necessitam do cálculo dessa cinemática para obtenção dos ângulos referentes à posição final pré-determinada. Portanto, sendo importante dentro do estudo de robôs manipuladores.

Diferente da cinemática direta, para cinemática inversa não existe um procedimento sistemático explícito. É possível posicionar um ponto no espaço com base em coordenadas cartesianas, cilíndricas, esféricas ou articulares. *A priori*, é necessário o planejamento da trajetória, que se refere à forma como o robô é movido de um ponto para outro de maneira controlada, seguindo a coleção de sequências de configurações de percurso. Na especificação da trajetória devem ser levadas em consideração três tipos de restrições:

a) espaciais, ou seja, o ponto inicial e o ponto final do caminho. A presença de obstáculos pode requerer a especificação de eventuais pontos intermediários;

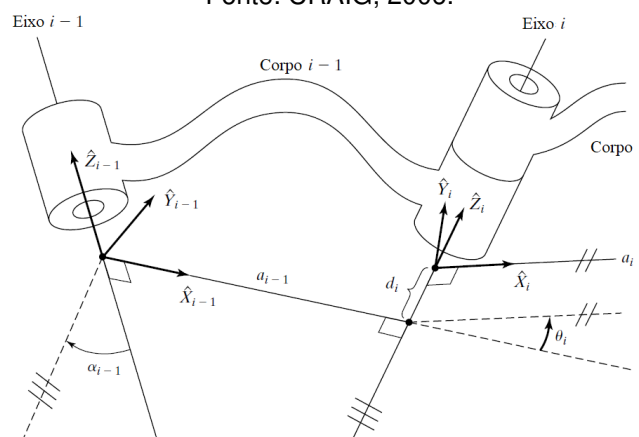
- b) temporais, ou duração de cada trecho da trajetória;
- c) mecânicas, ou a trajetória gerada deve corresponder a pontos dentro do espaço de trabalho do manipulador.

A problemática da cinemática inversa pode ser solucionada utilizando técnicas computacionais inteligentes como, por exemplo, a proposta por esse artigo por meio de AGs. Inerente à cinemática inversa, tem-se o problema de múltiplas soluções, ou seja, um conjunto de soluções de ângulos diferentes que levam a ferramenta final do braço manipulador as mesmas posições iniciais finais e intermediárias de uma determinada trajetória. Além disso, as possíveis soluções aumentam exponencialmente com o aumento dos GDL. Esse trabalho restringe-se a solução do problema da cinemática inversa, utilizando AGs na definição da aptidão de uma solução com a proximidade da solução imediatamente anterior e buscando uma possível solução para múltiplas soluções de trajetórias.

2. PARÂMETROS DE DENAVIT E HARTENBERG

Na Figura 4, um conjunto de partes conectadas em série por articulações define um manipulador. Em sua maioria, são compostos por “n” articulações angulares representando n graus de liberdade. Os parâmetros de D-H permitem expressar a cinemática desse manipulador para cada junta. Os parâmetros utilizados nas juntas são α_i , a_i , d_i e θ_i .

Figura 4 – Seções unidas por uma junta
Fonte: CRAIG, 2006.



Os parâmetros podem ser definidos como:

- a_i é a distância de \hat{Z}_i a \hat{Z}_{i+1} medida sobre \hat{X}_i ;
- α_i é o ângulo entre \hat{Z}_i e \hat{Z}_{i+1} medida sobre \hat{X}_i ;

- d_i é a distância de \hat{X}_{i-1} a \hat{X}_i medida sobre \hat{Z}_i ;
- θ_i é o ângulo entre \hat{X}_{i-1} a \hat{X}_i medida sobre \hat{Z}_i .

Originando a equação (2) da junta:

$$T_i^{i-1}(\theta_i, d_i, a_i, \alpha_i) = T_z(\theta_i)T_z(d_i)T_x(a_i)T_x(\alpha_i) \quad (2)$$

Na forma matricial tem-se (3) (CRAIG, 2006):

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i C\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i S\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & \alpha_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Por se tratar de um braço robótico de 4 GDL, a matriz de D-H é dada por (4):

$$T_4^0 = T_1^0 \times T_2^1 \times T_3^2 \times T_4^3 \quad (4)$$

Com isso, obtém-se (5):

$$T_4^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 C(\gamma) & -C\theta_1 S(\gamma) & S\theta_1 & g_1 C\theta_1 \\ S\theta_1 C(\gamma) & -S\theta_1 S(\gamma) & -C\theta_1 & g_1 S\theta_1 \\ S(\gamma) & C(\gamma) & 0 & g_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Considerando-se (6), (7), (8), (9) e (10):

$$k_1 = (a_4 C\theta_4 + a_3)C\theta_3 - a_4 C\theta_4 S\theta_3 + a_2 \quad (6)$$

$$k_2 = (a_4 C\theta_4 + a_3)S\theta_3 + a_4 S\theta_4 C\theta_3 \quad (7)$$

$$g_1 = C\theta_1 k_1 - S\theta_2 k_2 \quad (8)$$

$$g_2 = S\theta_2 k_1 + C\theta_2 k_2 + a_1 \quad (9)$$

$$\gamma = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 \quad (10)$$

3. METODOLOGIA

O braço mecânico com quatro graus de liberdade é modelado, considerando suas limitações. A base gira em 180 graus na primeira articulação, sendo o tamanho do braço de 9 cm da base (primeira e segunda articulação, referentes a θ_0 e θ_1 Figuras 1 e 2, até a terceira articulação (θ_2), 11 cm da terceira articulação até a quarta articulação (θ_3) e, mais 11 cm até a pinça. As articulações têm movimento livre de 0° a 90° .

O manipulador da Figura 5 pode ser representado algebricamente por meio de equações da cinemática direta, correspondente aos 4 GDL a fim de determinar possíveis posições no plano (x,y,z) para a pinça. Dessa forma, dados os ângulos de abertura das

articulações e seus tamanhos, pode-se evidenciar por meio de uma nuvem de pontos as posições que o manipulador pode assumir.

A representação da nuvem de pontos é observada na Figura 6 restringindo-se os ângulos θ_0 de 0° a 180° , θ_1 , θ_2 e θ_3 de 0° a 45° .

Figura 5 – Braço mecânico
Fonte: Autoria Própria

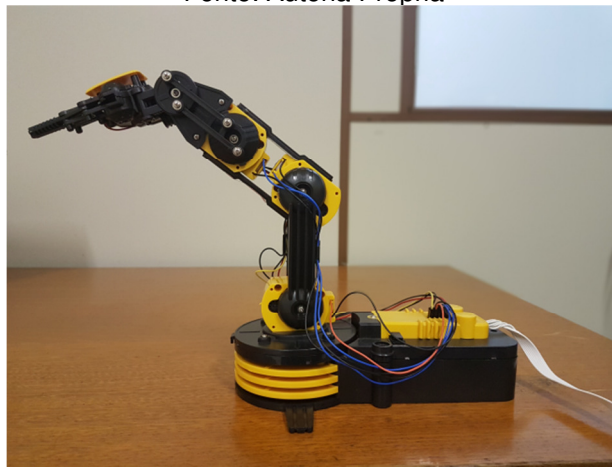
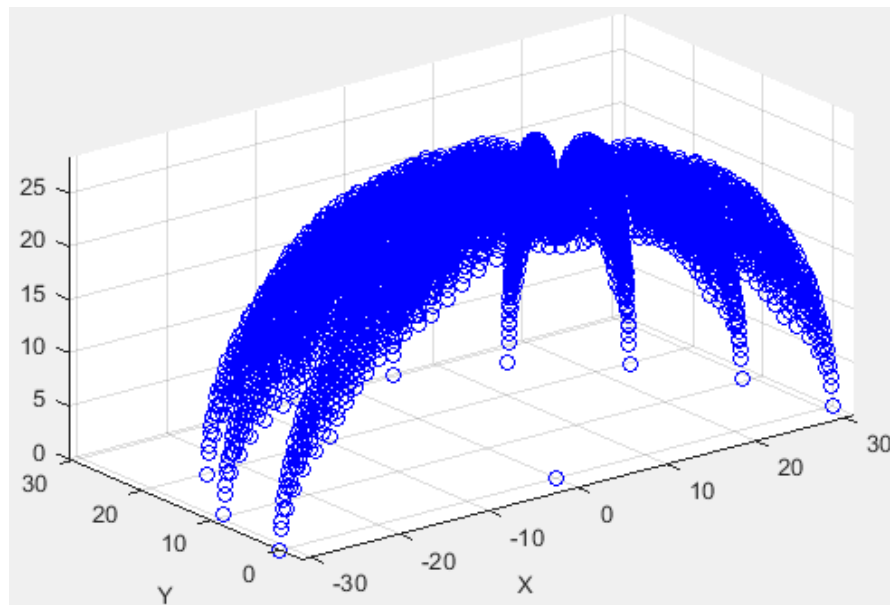


Figura 6 – Nuvem de Pontos
Fonte: Autoria Própria



4. ALGORITMOS GENÉTICOS

O desenvolvimento de simulações computacionais de sistemas genéticos teve início nos anos 50 e 60 por meio de muitos biólogos, mas foi John Holland quem desenvolveu as

primeiras pesquisas no tema. Em 1975, Holland publicou o livro *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, ponto inicial dos AGs. Segundo Kramer (2017), AGs são abordagens de pesquisa heurística aplicáveis a uma ampla gama de problemas de otimização, o que os torna atraente para diversos problemas. Nesse contexto, de um modo geral os algoritmos genéticos possuem como objetivo solucionar problemas do mundo real de forma otimizada, uma vez que trabalham com um conjunto de parâmetros e não com os parâmetros individualmente, utilizando regras de transição probabilística e não determinística, que podem ser aplicadas em diversas áreas. Trabalham com uma população de soluções iniciais, denominados cromossomos que evoluem até chegar em uma solução. Porém, para que isso ocorra é preciso que cada geração de cromossomos seja analisada, para que se conheça o nível de aptidão (*fitness*).

Os cromossomos com o melhor fitness são selecionados para originar a próxima geração a partir de cruzamento e mutação. Espera-se, então, que a cada geração o conjunto de soluções seja melhorado, até que se chegue a uma solução que satisfaça as características desejadas. O método de seleção empregado nesse trabalho foi o de torneio. Para Teles e Gomes (2010), a seleção por torneio é um método de seleção amplamente utilizado, devido principalmente a sua eficiência e a simplicidade em sua implementação. Observa-se que este método preserva a diversidade da população.

A priori é selecionada uma população inicial constituída por indivíduos aleatórios que se for grande demais perde eficiência e, se for muito pequena, perde a diversidade. *Posteriori* é definida a função *fitness* e assim os indivíduos são cruzados e sofrem mutação, ocorrendo também troca de material genético (*crossing over*). Essas etapas ocorrem até que a melhor solução seja encontrada.

O algoritmo da Tabela 1 explica resumidamente a construção de um AG clássico, desde a geração da população inicial até o critério de parada. Esse critério pode ser determinado como erro desejado, número máximo de gerações, assim como evolução numérica das últimas populações. Por exemplo, se nas quatro últimas gerações não houve nenhuma variação em direção ao erro desejado o algoritmo pode parar (LOPES *et al.*, 2013). Outro método de critério de parada é a combinação de mais de um critério como, por exemplo, o empregado nesse trabalho combinando número de gerações e erro desejado. Finalmente quanto aos parâmetros de desenvolvimento, as novas gerações desse trabalho não são eletivas, ou seja, a nova população é determinada a partir de somente novos cromossomos.

Por conseguinte, o objetivo deste trabalho é utilizar um AG para a obtenção da cinemática inversa de um braço manipulador de 4 GDL, mostrado na Figura 1.

Tabela 1 – Representação simplificada de um algoritmo genético

Algoritmo – Estrutura Genética de um Algoritmo Genético

- 1: $t \leftarrow 0$
- 2: Gerar a população inicial $P(t)$
- 3: Avaliar os indivíduos de $P(t)$
- 4: **repita**
- 5: Selecionar progenitores $P'(t)$ a partir de $P(t)$
- 6: Aplicar operadores genéticos a $P'(t)$ obtendo a nova população $P(t + 1)$
- 7: Avaliar $P(t + 1)$
- 8: $t \leftarrow t + 1$
- 9: **até** (critério de terminação atingido)
- 10: Devolver resultado final da otimização

Fonte: Autoria própria.

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS SIMULADOS

Determinando, portanto, um número máximo de iterações de 4000, ou seja, o número máximo de gerações. Empregando o AG gerou-se a Tabela 2, que contém soluções encontradas e os dados desejados para vários pontos pertencentes a nuvem de pontos, ou seja, as coordenadas (x,y,z) e os ângulos correspondentes para a sua trajetória. O erro mínimo apresentado foi calculado pela distância euclidiana do ponto desejado e da solução encontrada pelo AG, e a coluna NI apresenta em qual iteração o erro mínimo foi atingido.

Tabela 2 - Dados correspondentes a utilização do GA para número de iterações (4000)

Solução ótima encontrada				Coordenada						Erro	NI
				Desejada			Obtida				
θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	X	Y	Z	X	Y	Z		
2,253	57,208	75,808	75,187	30	5	3	30,404	5,068	3,047	0,413	4000
24,217	74,482	89,561	40,338	5	30	3	5,052	30,298	3,039	0,305	4000
64,090	2,692	36,003	26,017	5	3	25	4,998	2,998	25,201	0,201	2532
79,127	36,645	30,793	55,408	20	8	14	20,301	8,120	14,279	0,427	4000
58,309	86,603	42,333	54,228	10	10	10	13,555	13,555	16,955	8,582	4000
85,927	2,994	0,536	34,282	10	12	16	11,076	13,312	18,957	3,409	4000
2,191	25,168	76,094	21,408	18	1	17	18,224	1,012	17,316	0,388	4000
32,402	57,239	34,223	63,743	16	22	7	16,292	22,402	9,266	0,564	4000

Fonte: Autoria própria.

A distância euclidiana entre os pontos em um espaço n-dimensional pode ser definida com a partir de (11).

$$\sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2 + \dots + (p_n - q_n)^2} = \sum_{i=1}^n (p_i - q_i) \quad (11)$$

Os resultados ainda são iniciais, e as simulações realizadas fornecem os ângulos necessários para se atingir os pontos estipulados inicialmente no plano (x,y,z). Dessa forma, o GA trabalhando com a cinemática inversa pode determinar as informações angulares dentro da faixa pré-estabelecida pelo manipulador e fornecer a solução ótima encontrada pelo algoritmo genético. Com o valor estipulado inicialmente e o valor encontrado, pode-se calcular o erro.

Observa-se também que algumas posições são impossíveis de se atingir, gerando erro elevado em comparação com as demais soluções. Esse fato ocorre devido à estrutura física do manipulador, pois a distância entre as articulações é fixa e, portanto, o alcance da pinça é limitado.

O algoritmo proposto fornece representações gráficas do erro em relação ao número de iterações. Utilizando as coordenadas da Tabela 3, obteve-se as Figuras 7, 8 e 9, com o erro no eixo Y e o número de iterações em X.

Tabela 3 – Coordenadas desejadas (x, y, z) = (30, 5, 3)

Solução ótima encontrada				Coordenada obtida			Erro de acordo com o NI		
θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	X	Y	Z	400	1000	4000
2,253	57,208	75,808	75,187	30,404	5,068	3,047	0,415989	0,415918	0,413401

Fonte: Autoria própria.

Figura 7 – Gráfico referente ao erro até 400 iterações
 Fonte: Autoria Própria

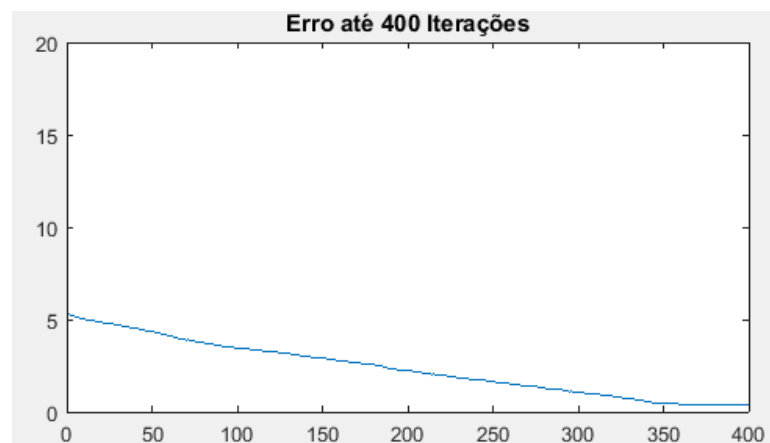


Figura 8 – Gráfico referente ao erro até 1000 iterações

Fonte: Autoria Própria

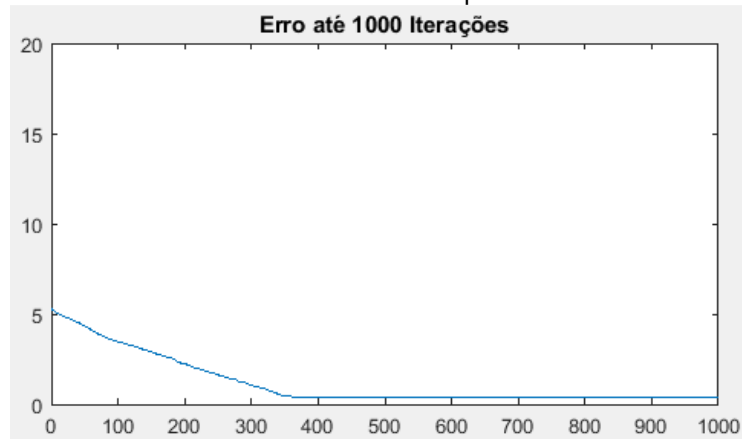
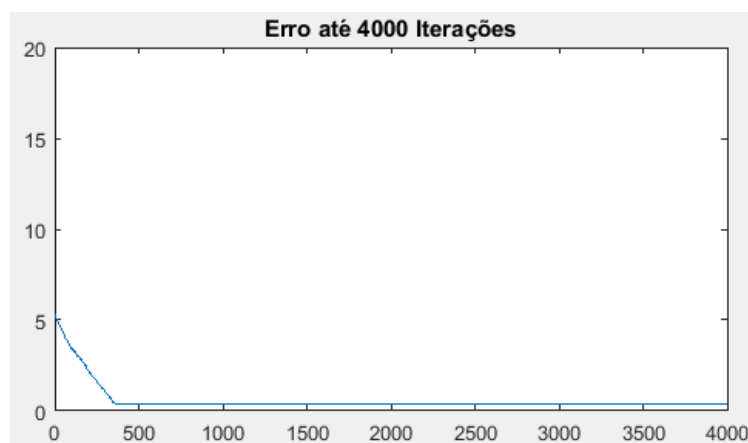


Figura 9 – Gráfico referente ao erro até 4000 iterações

Fonte: Autoria Própria



A partir dos gráficos nota-se que o erro diminui à medida que o número de iterações aumenta, tornando mais precisa a solução encontrada, uma vez que a cada iteração realizada a função *fitness* é melhorada. O intervalo de tempo para as simulações também deve ser considerado, uma vez que quanto maior o número de iterações o tempo para obter os resultados é maior.

Analisando os gráficos e tabelas acima, pode-se evidenciar o uso satisfatório do AG, entretanto deve-se buscar uma melhor parametrização para diminuir o erro encontrado. A maior vantagem poderá ser obtida na investigação futura de geração de trajetórias e, simultaneamente, na atenuação do problema de múltiplas soluções.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando os resultados simulados desse pesquisa inicial, a solução por meio de AGs pode ser uma possível solução do problema. Ainda de acordo com os resultados mesmo

que em duas dimensões é possível expandir a proposta para robôs com mais graus de liberdade, seis graus de liberdade comumente utilizados em robôs ou braços manipuladores industriais. Futuros trabalhos endereçam a combinação dessa proposta com algoritmos de geração de trajetória (polinômios de grau 3 ou superiores) e possivelmente para a atenuação do clássico problema de múltiplas soluções. Comparações com outros métodos computacionais inteligentes como Redes Neurais Artificiais e ANFIS. E, finalmente, a investigação dos resultados dessa proposta em um protótipo real.

REFERÊNCIAS

BEKEY, G. A. **Autonomous Robots: From Biological Inspiration to Implementation and Control**. MIT Press, Cambridge, MA, 2005.

CORKE, P. **Robotics, vision and control**. Springer Tracts in Advanced Robotics. 2011.

CRAIG, J. J. **Robótica**. 3. ed. São Paulo: Pearson, 2012.

GEN, M.; CHENG, R. **Genetic algorithms and engineering design**. New York, USA: John Wiley & Sons, 1997.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems**. The University of Michigan Press, Ann Arbor, MI, 1975.

KRAMER, O. **Genetic Algorithm Essentials**. USA: Springer, 2017.

LOPES, S. H.; RODRIGUES, L. C. A.; STEINER, M. T. A. **Meta-Heurística em pesquisa operacional**. Curitiba: Omnopax Editora Ltda. 2013.

MATHWORKS. **Modeling Inverse Kinematics in a Robotic Arm**. Disponível em https://www.mathworks.com/help/fuzzy/modeling-inverse-kinematics-in-a-robotic-arm.html?searchHighlight=invkine&s_tid=doc_srchttitle. Acesso em 12 de novembro de 2017.

MEDEIROS, A. **Introdução à robótica**. In Anais do XVII Encontro Nacional de Automática, Vol. 1, p. 56-65, Natal, RN, Brasil, 1998.

MEYER, J. A. **Evolutionary approaches to neural control in mobile robots**. Proc. of the IEEE Conf. on Syst., Man, and Cyb, 1998.

PIRES, E. J. S. **Algoritmos Genéticos: Aplicação à Robótica**. 1998. 236 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, 1998.

SPONG, M. W; VIDYASAGAR, M. **Robot Dynamics and Control**. New York: John Wiley & Sons, 1989.

SERAPIÃO, A. B. S.; AZZOLINI, R. P. **Algoritmos genéticos para navegação autônoma com múltiplos objetivos em robótica coletiva**. Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática, CBA, 2012.

SERAPIÃO, A. B. S.; AZZOLINI, R. P. **Navegação autônoma de robôs em ambientes aleatórios através de estratégias evolutivas**. X SBAI – Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, 2011.

SOARES, M. M. **Análise do Uso de Algoritmos Genéticos na Otimização do Planejamento Mestre da Produção**. Dissertação de mestrado em engenharia de produção e sistemas, Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC-PR), Curitiba, PR, 2006.

TELES, M. L.; GOMES, H. M. **Comparação de algoritmos genéticos e programação quadrática sequencial para otimização de problemas em engenharia**. Teoria e Prática na Engenharia Civil, 2010.